

# 2007 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

## 团体赛试题

(2007 年 5 月 20 日上午 11:00~11:30)

解答本试卷必须写出解题的必要步骤或计算器的算法.

一、(本题满分 20 分) 求下面关于  $x, y$  混合组的解

$$\begin{cases} \frac{x^2+3}{2} = x - \cos(x+y), \\ 100ex \leq y \leq \frac{100\pi}{x}, \end{cases}$$

其中  $e \approx 2.71828$ ,  $\pi \approx 3.14159$ .

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

装 订 线

二、(本题满分 20 分) 求出所有满足如下条件的十进制正整数  $n$ :  $n$  是  $a$  位数, 且

$$a^a = n.$$

学校\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_年级\_\_\_\_\_性别\_\_\_\_\_准考证号\_\_\_\_\_

装 订 线

三、(本题满分 20 分) 将  $1, 2, 3, \dots, 2007$  这 2007 个数任意排列可得  $2007!$  个不同数列, 问其中是否存在 4 个数列:

$$a_1, a_2, \dots, a_{2007}; \quad b_1, b_2, \dots, b_{2007}; \quad c_1, c_2, \dots, c_{2007}; \quad d_1, d_2, \dots, d_{2007},$$

使得 
$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_{2007} b_{2007} = 2(c_1 d_1 + c_2 d_2 + \dots + c_{2007} d_{2007})?$$

证明你的结论.

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 性别 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

装 订 线