

# 2012 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

## 个人赛试题

(2012 年 5 月 26 日上午 9:00~10:30)

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
评卷人					
复卷人					

一、填空题 (共 8 小题, 前 4 小题每题 6 分, 后 4 小题每题 9 分, 满分 60 分)

1、计算:  $\frac{4 \times 3243 + 4 \times 3243243i}{4324 \times 3 + 4324324 \times 3i} = \underline{\hspace{2cm}}$  (其中  $i^2 = -1$ ).

2、地球自转一周的时间是  $T = 23$  小时 56 分 4 秒, 半径约为 6378 公里. 上海的位置在北纬  $31.237^\circ$  上, 则在上海海平面位置上一点的地球自转线速度是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (精确到米 / 秒).

3、已知二次函数  $f(x)$  满足  $f(1) = 1, f(2) = 7, f(3) = 19$ , 则

$f(4) + f(5) + \dots + f(20) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4、数列  $\{a_n\}$  定义如下:  $a_1 = 2011, a_2 = 2012$ , 且  $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n}, n = 1, 2, \dots$ , 则

$a_{2012} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5、设周长为 1 的正 2012 边形的面积为  $S$ , 与  $S$  最接近的单位分数为  $\frac{1}{a}$  ( $a$  是正整数), 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6、满足  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} \leq 3$  的正整数  $n$  的最大值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

7、一个四位数  $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$  称为“好数”, 如果  $A$  是平方数, 且  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ . 则

所有这样的“好数”是  $\underline{\hspace{4cm}}$ .

8、十进制正整数  $n$  的各位数字的平方和为 2012, 则  $n$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

准考证号 性别 年级 订 姓名 装 学校 地区

解答以下三题必须写出解题的必要步骤.

二、(本题满分 20 分)已知直线  $x + y = 4$  与函数  $y = \tan x \left( x \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left( \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right) \right)$

的图像相交于  $A, B$  两点, 求  $|AB|$  的值 (精确到 0.0001).

**【解】**

三、(本题满分 20 分) 已知函数  $y = f(x)$  的图像如图 1 所示, 现将函数作变换  $y = af(bx+c)+d$  得到的函数图像如图 2 所示, 求  $a, b, c, d$  的值.

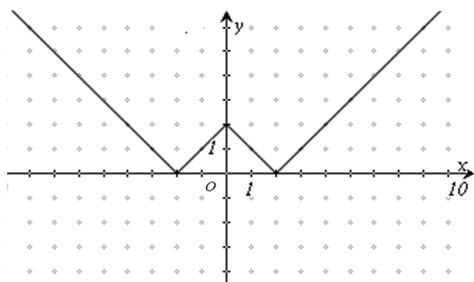


图 1

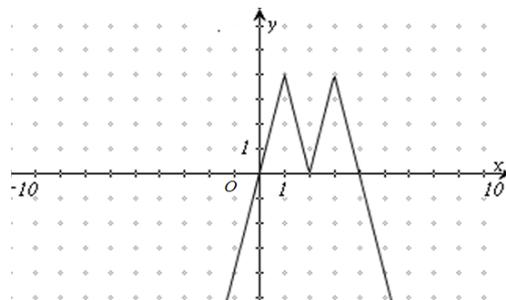


图 2

**【解】**

四、(本题满分 20 分) 已知正整数  $m, n$  满足  $\sqrt{7} > \frac{n}{m}$ , 求证:

$$\sqrt{7} \geq \frac{n}{m} + \frac{1}{mn}.$$

【证明】

装  
订  
线