2002 年（首届）上海市 TI 杯高二年级数学竞赛
个人赛试题

(2002 年 5 月 19 日上午 9:00-10:30)

一、填空题(共8小题，前4小题每题6分，后4小题每题9分，满分60分)

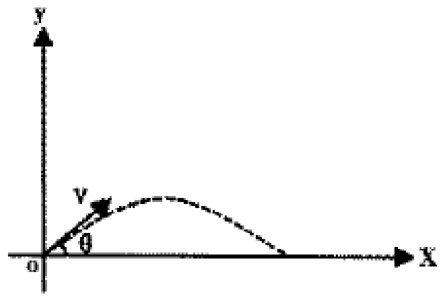
1．在数学中 e(=2.718281828 …) 和π (=3.1415926535 …) 是两个重要的常数，试比较下列两对数的大小（填写“>”，或“=”，或“<”)：

π^{e} ______________ e^{π}；　　　$ctg\pi^{2}$ ______________ $ctge^{2}$。

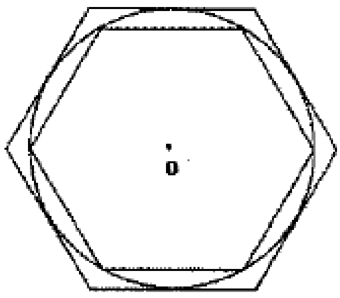
2．在△ABC 中，AC =2cm，AB =2.5cm，则∠B 的最大可能值是__________（用角度值表示）。

3．通常利用方程为

$y = x \cdot tg\theta - \dfrac{4.877x^{2}}{v^{2}\cos^{2}\theta}(y \geq 0)$ 的抛物线部分表示人或动物跳跃时的轨迹，其中θ表示在起跳点 O 的起跳角 (0°<θ<90°)，υ为起跳的初始速度（单位：米/秒)，x、y 单位均为米。现有一只青蛙，起跳角θ=30°，起跳初始速度υ =4.5 米/秒，则这只青蛙最高能跳__________米（精确到 0.01 米）。



4．如图，对一个正六边形，在它的外面画一个外接圆，再作这个圆的外切正六边形，这算一次操作。然后，对得到的正六边形还可以进行同样的操作。若原始的正六边形的边长为 1 厘米，则至少要连续进行_______次操作，才能使最后得到的正六边形面积超过 1 平方公里。



5．在直角坐标平面上，已知六个点：A(2.412,－1.356)，B (4.258,1.811)，C (-3.254,7.256)，D (-6.343,2.678)，E (7.254, 5.324)，F(-2.814,-4.332)，则使 $|PA|^{2}+|PB|^{2}+|PC|^{2}+|PD|^{2}+|PE|^{2}+|PF|^{2}$ 最小的点 P 的坐标是________________。

6．海拔高度都是 100 米的三个雷达站 A、 B、 C 正好位于边长为 1000 米

的正三角形的三个顶点上。在某一时刻发现一个目标 M, 三个雷达站同时测得三个距离 MA =2000 米，MB =2000 米，MC =1500 米，此时这个目标位于海拔高度______________米的上空（ 精确到 1 米 ）。

7．已知 AB 是过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 右焦点 F 的弦，且 AB⊥X 轴，M 是双曲线的右顶点，记∠BMA=θ，则用弧度值来表示θ的取值范围是__________________(精确到 10^{-4}) 。

8.通过函数 y=sinx＋1 和 y=x 的图象交点可知方程 x=sinx+1 在 $((\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$ 内有一个解。为了求出方程 x=sinx+1 精确到 10^{-5} 的近似解，可以采用下述的“ 迭代 ”方法进行：设 $x_n=\sin x_{n-1}+1(n=1,2,3\cdots)$, 取初始值$x_o=2$，得$x_1=\sin 2+1=1.909297427$，$x_2=\sin 1.909297427+1=1.94325347$, …直到 $|x_n-x_{n-1}|<10^{-6}$ 时，我们就把 $x=x_n$ 作为方程的近似解，则上述方程精确到 10^{-5} 的近似解是___________。

解答以下三题必须写出解题的必要步骤

二、(本题满分 20 分)

已知函数 $f(x)=10+10\sin x\cos x-20\cos^2 x$, 若方程 $f(x)=m$(m 为整数) 在[0, π] 内恰有两个不相等的实数根，求 m 的值。

三、(本题满分 20 分)

(1) 写出一个以 2002 起首的十位完全平方数（ 应指出它是哪个自然数的平方 ）。

(2) 任给一个以 2002 起首的六位数，是否总能在其后面添加 4 个数字，使得到的十位数是一个完全平方数? 证明你的结论。

四、(本题满分 20 分)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的面积可用公式 $S=\pi ab$ 计算。设 F 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点，且使以 O 为圆心，OF 为半径的圆的面积恰好等于已知椭圆的面积，A 为该圆与椭圆在第一象限内的交点，记∠XOA=θ（θ为锐角 ），求θ的大小(用角度值表示 ）。