

Fagbeskrivelser: Logik og argumentation

Indhold

DANSK	side 1
1. Arbejdsformer, overvejelser og produkt	side 1
Pædagogiske overvejelser og indhold	side 2
2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold	side 3
Faglige mål og fagligt indhold	side 3
Andre faglige mål – udvidelse af forløbet	side 4
3. Lektionsplan – dansk	side 5
4. Litteraturliste – dansk	side 7
MATEMATIK	side 8
1. Arbejdsformer, overvejelser og produkt	side 8
Pædagogiske overvejelser og indhold	side 8
Eksamensspørgsmål til mundtlig eksamen	side 10
2. Forløbets matematikfaglige mål og faglige indhold	side 11
Faglige mål og fagligt indhold	side 11
3. Lektionsplan – matematik	side 12
4. Litteraturliste – matematik	side 13

DANSK

1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt

Kernen i dette forløb om logik og argumentation er en undersøgelse af den fælles struktur, som findes i al argumentation, hvad enten denne finder sted inden for naturvidenskab, samfundsvidenskab eller humaniora. Og den fælles struktur er her repræsenteret ved Stephen Toulmins argumentationsmodel, som viser sig at være interessant at belyse såvel fra en dansk- som en matematikfaglig vinkel.

I danskdelen er fokus på det *at overbevise i praksis* – over for matematikdelens fokus på det *at slutte sig frem rent logisk*. Naturligvis er et aspekt af at være overbevisende, at argumentationen rent logisk er holdbar og veludbygget jf. Toulmins model – men i et debatindlæg, en tale eller lignende indgår i praksis ofte kun en del af modellens elementer, f. eks. påstand, gendrivelse og rygdækning, mens belæg og hjemmel udelades. Oveni dette anvendes ofte en række stilistiske og retoriske virkemidler, som er løsrevet fra alle krav om stringens og logisk konsistens. Samlet set er det fra en danskfaglig vinkel således ikke spørgsmålet, hvorvidt Toulmins model følges konsekvent og komplet, eller om de retoriske virkemidler er korrekte eller ukorrekte, men derimod hvorvidt argumentets dele og de retoriske virkemidler anvendes hensigtsmæssigt i forhold til formålet. Opnås den ønskede effekt? Hvordan opnås den?

Selve danskdelen er opdelt i tre:

1. En introduktion til Toulmins udvidede argumentationsmodel og til retorik med udgangspunkt i det forløb, som klassen i forvejen har lige før forløbet om logik og argumentation.
2. Anvendelse af retorik- og argumentationsanalyse i forbindelse med gennemgang af to centrale scener fra Købmanden i Venedig: Shylocks tale og Portias argumentation i retssalen.
3. Udarbejdelse og fremlæggelse af elevernes egen debat eller tale med omdrejningspunkt i ét af følgende synspunkter: "Alle mennesker er lige!", "Der findes en eneste ene!", "Man må aldrig trodse sine forældres vilje!".

Produktet er dels mundtligt og dels skriftligt. Danskdelen af produktet består af en fremlæggelse af gruppernes egen debat eller tale for klassen. Dertil kommer en skriftlig aflevering, som indeholder en gennemgang af mindst to af argumenterne i debatten eller talen ud fra Toulmins udvidede model.

Eleverne arbejder i de samme, faste grupper på 4-6 personer under hele forløbet. Del 1 og del 2 foregår i klassen og er en blanding af lærerstyret undervisning og gruppearbejde. Del 3 er elevstyret, og lærerne indtager rollen som konsulenter, der tilkaldes efter behov. Lærerne kommenterer hver enkel fremlæggelse umiddelbart efter, den har fundet sted. En samlet bedømmelse af gruppens mundtlig og skriftlige produkt finder sted efterfølgende.

Pædagogiske overvejelser og indhold:

En primær pædagogisk overvejelse knytter sig til den ramme, der er lagt omkring forløbet, nemlig filmatiseringen af Shakespeares skuespil Købmanden i Venedig. Forløbet begynder med en fremvisning af filmen for alle elever, og efterfølgende arbejdes der med elementer af filmen, hhv. Portias gåde i matematik og Shylocks tale og Portias argumentation i retssalen i dansk. Elevernes selvstændige arbejde fører ligeledes til et produkt, som henviser til filmens univers; konstruktion af ny gåde til Portias bejlere (matematik) og en debat eller tale ud fra de tre synspunkter "Alle mennesker er lige!", "Der findes en eneste ene!" og "Man må aldrig trodse sine forældres vilje!" (dansk). Rammen skal således skabe et univers, som dels kan undersøges vha. de to fags begreber, og som dels kan udvides af eleverne selv. I det sidste ligger en væsentlig motiverende faktor – ligesom de tre synspunkter, som knytter sig til danskdelen af produktet, skal motivere ved på én gang at tage udgangspunkt i filmen og i elevernes egen virkelighed.

Forløbet blev afviklet som et AT-forløb i tre 1.g-klasser over fire dage, placeret fra tirsdag til fredag i samme uge. Det gav nogle stramme rammer for, hvor meget forløbet måtte brede sig rent tidsmæssigt – og det gjorde, at vi både i matematik og dansk valgte at placere den introducerende del før selve AT-forløbet (under begge fags afsnit kaldes den introducerende del for "del 1").

I dansk blev introduktionen af Toulmins model og retorikken knyttet an til det emne, eleverne i forvejen beskæftigede sig med op til AT-ugen. Eksempelvis havde 1.d emneforløb om storbyen, formet således at det samtidig fungerede som introduktion til tekstlæsning. Eleverne i 1.d undersøgte debatten mellem

forfatteren Hanne-Vibeke Holst og rapperen Niarn om sprogbrugen i dansk rap¹. I 1.a havde klassen op til AT-forløbet derimod et forløb om krimigenren, og elevernes introducerende arbejde med argumentation og retorik førte her til en paneldebat om femikrimiens kvalitet og berettigelse som selvstændig genre.

Udover at denne struktur sørgede for tid til begge fags del 2 og del 3 i selve AT-ugen, bar den også væsentlige pædagogiske pointer med sig. Eleverne oplevede ikke skiftet mellem almindelig undervisning og AT-undervisning som brat, men så en sammenhæng mellem AT og det daglige arbejde i dansk. Yderligere gav strukturen anledning til en mere induktiv indføring i retorik- og argumentationsanalyse, idet udgangspunktet i del 1 med fordel kunne være diskussionens emne – ikke i første omgang diskussionsværktøjerne. Gennem elevernes forforståelse knyttet til rammer for god og effektiv argumentation, kunne klassen selv spore sig ind på både den mere tekniske og den mere retoriske dimension. Og Toulmins model samt begreber fra retorikken kunne præsenteres afslutningsvis – og herefter kunne selve AT-ugen begynde.

Set fra dansklærerens synspunkt, giver strukturen også anledning til at binde forskellige dele af danskfaget sammen; Et litterært emne og et sprogligt emne mødes og giver anledning til at udvide såvel perspektivet i undervisningen som mulighederne for at stille eksamensspørgsmål.

2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold

Faglige mål og fagligt indhold

Faglige mål (Læreplan dansk A 2.1) – uddrag

2.1 Faglige mål

Eleverne skal kunne:

- udtrykke sig præcist, nuanceret og personligt såvel mundtligt som skriftligt
 - demonstrere kendskab til normer for mundtlig og skriftlig sprogbrug samt kunne beherske skriftsprogets normer for sprogriktighed
 - anvende forskellige mundtlige og skriftlige genrer med blik for den retoriske dimension, herunder kunne læse op, fortælle, referere, redegøre, holde oplæg og indgå i dialog, diskussion og debat
 - dokumentere indblik i sprogets funktioner og dets betydning for bevidsthedsliv, samfund og samspil mellem mennesker, herunder træk af sprogets historie og forskellige former for sproglig variation
 - dokumentere indblik i sprogets opbygning samt kunne beherske grammatikkens og stilistikkens grundlæggende terminologi
- (...)

Kernestof (Læreplan dansk A 2.2) – uddrag

2.2 Kernestof

Kernestoffet er det sproglige, det litterære og det mediemæssige stofområde, som skønmæssigt vægtes i forholdet 2:3:1. De tre stofområder indgår i et tæt samspil i undervisningen.

¹Indlæggene i debatten, som udspillede sig i Politiken i november 2004, kan findes på <http://www.avisnet.dk/AvisNET/application.do?command=getDocument&documentId=B27E268D35CDA4D1C1257483002ECC03>.

Det sproglige stofområde

Det sproglige arbejde består af en fordybelse i fagets mundtlige og skriftlige genrer.

I stofområdet indgår:

- (...)
- mundtlige og skriftlige udtryksformer og genrer
- argumentation
- sprogbrug og stilistik i samtidige og historiske tekster
- (...)

Supplerende stof (Læreplan dansk A 2.3)

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof skal perspektivere og uddybe kernestoffet og udvide elevernes faglige horisont. Undervisningen i det supplerende stof optager ca. 15 pct. af fagets uddannelsestid.

Andre faglige mål – udvidelse af forløbet?

Forløbet peger meget direkte ind i det sproglige stofområde, som er gengivet i uddrag ovenfor. Men forløbet kan også tones eller udvides til at dække andre faglige mål, end de nævnte – også faglige mål, som går ind under det litterære eller det mediemæssige stofområde. Her følger kort en række forslag til udvidelser eller til selvstændige forløb, som kunne lægge op til eller komme efter forløbet om logik og argumentation:

- Man kan læse tekster af Shakespeare i dansk oversættelse, hvilket kan indlejres i et forløb om renæssancen eller indgå i et forløb om verdenslitteratur og/eller intertekstualitet. Det sidste kan med fordel formes til at dække følgende punkt i lærerplanens ord om det litterære stofområde (2.2):

- et forløb om verdenslitteratur og dennes samspil med dansk litteratur

- Man kan vælge at gå i dybden med filmen *Købmanden i Venedig* og betragte virkemidler, scenografi, dramaturgi osv. og lade arbejdet indgå i et forløb, som dækker en eller flere af følgende punkter i lærerplanens ord om det mediemæssige stofområde (2.2):

Det mediemæssige stofområde

Der arbejdes med forskellige udtryksformer i såvel trykte som elektroniske medier.

I stofområdet indgår:

- nyhedsgenrer
- dokumentargenrer
- fiktionsgenrer
- visuelle udtryksformer
- et værk i form af et større afrundet medieprodukt
- kommunikationsteori og pragmatik.

- Man kan i højere grad koble *retorik* og *stilistik* på dette forløb og med fordel sammen med engelsk eller drama. For det første fordi det også indgår som kernestof i lærerplanen for engelsk. For det andet fordi eleverne vil være motiverede for at nå endnu længere ned i teksterne. Og for det tredje fordi eleverne får oplagt mulighed for at anvende dette i deres egen produktion – med stor effekt. I engelsk kan man f. eks. arbejde med berømte talere som Luther King, Kennedy og nu Obama.

- Den skriftlige dimension:

AT forløbet kan være baggrund for et fortsat arbejde med den skriftlige dimension, hvor man arbejder med argumentation i skriftlige tekster, hvad enten de er trykte eller elektroniske.

På denne måde kan man dække bekendtgørelsens krav om inddragelse af IT (3.3) i forhold til:

- skriveundervisningen
- informationssøgning

og de mere generelle krav (2.1) om at:

- aflæse og uddrage betydningen af trykte og elektroniske medietekster med blik for samspil mellem skrift og billeder
- navigere i skærmbaserede tekster samt kunne indsamle, sortere og anvende materiale i trykt og elektronisk form

Man kan her fokusere på, hvordan en given argumentation underbygges med billedbrug, således at billedet analyseres som en del af argumentationens belæg og rygdækning. Her vil der også være mulighed for at arbejde med forskellene i de billedsproglige koder og skriftsprogets koder og i den sammenhæng analysere hjemmesiders brug af illustrativt materiale. Endvidere kan den skriftlige dimension også skærpe elevernes "genre"-bevidsthed i forhold til bekendtgørelsens krav om at kunne beherske kronik, essay og litterærartikel, da det skriftlige gør det muligt at arbejde med argumentationstyper og længere argumentationskæder indenfor disse genrer, og man kan her trække på elevernes grundlæggende viden fra AT forløbet.

Endelig er det oplagt at bruge forløbet til at demonstrere de to fags skriftlige koder og på denne måde skabe en forståelse hos eleverne for de naturvidenskabelige fags særlige skriftlige koder.

3. Lektionsplan – dansk

En del af forløbet er et AT-forløb, og derfor er det vanskeligt at dele lektionerne skarpt op mellem dansk og matematik. I lektionsplanen for matematik, som følger længere nedenfor, er gengivet et skema over AT-ugen for en af klasserne – det giver et billede af fordelingen. Nogle lektioner er delt ud på fagene, mens andre moduler er fælles.

Her følger en lektionsoversigt, når den er anskuet fra danskfaglig vinkel. Oversigten er stillet op, så den helt parallelt følger oversigten over matematiklektionerne:

1-2. Lektion (introduktion til retorik, stilistik og Toulmins udvidede argumentationsmodel)

- Eleverne arbejder ud fra de forløb, de i forvejen er i gang med op til AT-ugen. I 1.a arbejder eleverne gruppevis med henblik på at indgå i en afsluttende paneldebat om femikrimien, hvori de anvender de introducerede begreber i praksis. Eleverne i 1.d arbejder derimod med to debatindlæg af hhv. Niarn og Hanne-Vibeke Holst med henblik på at fremlægge, hvorvidt og hvordan teksterne er overbevisende, dvs. hvor-

dan argumentationen og de retoriske virkemidler udfolder sig i teksten og tages i anvendelse af de to skribenter.

3. Lektion: Fremvisning af filmen Købmanden i Venedig

4. Lektion (Retorik og stilistik: Shylocks tale)

- Analyse og diskussion af Shylocks tale ud fra begreber fra retorik og stilistik. Det drejer sig bl.a. om appelformerne ethos, logos og pathos, men også en undersøgelse af ordvalg og stilistisk opbygning, f. eks. anaforer, epiforer, retoriske spørgsmål, tretrinsraketter og bogstavrim.

5. Lektion (Argumentation: Portias argumentation i retssalen)

- Analyse af Portias optræden i retssalen ud fra Toulmins udvidede model – men også ved at inddrage begreber fra retorik og stilistik i forlængelse af arbejdet i lektionen forinden.

6-7. Lektion

- Eleverne udarbejder gruppevis deres egen tale eller paneldebat med omdrejningspunkt i ét af følgende synspunkter: "Alle mennesker er lige!", "Der findes en eneste ene!" og "Man må aldrig trodse sine forældres vilje!". Der udarbejdes også en skriftlig besvarelse, hvor mindst to argumenter fra talen eller debatten gennemgås ud fra Tolumins udvidede argumentationsmodel.

8. Lektion

- Eleverne fremlægger deres tale eller debat for klassen.

4. Litteraturliste - dansk

Bennike, Solveig; Nyborg, Lisbeth; Trangbæk Hammer, Mette: *Faglige forbindelser i dansk*. Dansk lærerforening, 2005.

Bruun, Thora: *Gå efter manden*, I: Retorik magasinet, årgang 14, nr. 54, 2004.

Dittmer, Hanne; Jessen, Keld B.: *Retorik*. Systime, 1994.

Hagen, Jimmy Zander: *Sprog og tale – mundtlighed i dansk*. Systime, 2005.

Hauer, Annette; Munk, Birgitte: *Tal og skriv!* Systime, 2005.

Holmboe, Ellen: *Kort og godt om at argumentere*. Dansk lærerforening, 2006.

Holmboe, Ellen: *Kort og godt om at skrive til nettet*. Dansk lærerforening, 2006.

Heltberg, Eva; Kock, Christian: *Skrivehåndbogen*. Gyldendal, 1997.

Illum, Babara: *Argumenter i skriftlig kommunikation*. Dansk lærerforening, 2004.

Jensen, Leif Becker: *Fra patos til logos: Videnskabsretorik for begyndere*. Roskilde Universitetsforlag, 2005.

Jørgensen, Charlotte; Onsberg, Merete: *Praktisk argumentation*. Nyt teknisk forlag, 2008.

Kromanne, Helle Marie: *Som de dog ka' sige det! Politisk retorik under lup*. Systime, 2002.

Lützen, Peter Heller: *Det sproglige i dansk*. Dansk lærerforening, 2005.

Lützen, Peter Heller: *Sprog og kommunikation*. Dansk lærerforening, 2005.

Staunstrup, Annelise Buhl: *AT tale*. Systime, 2008.

Debatten fra Politiken 2004 mellem Niarn og Hanne-Vibeke Holst om sprogbrug i dansk rap kan findes hos Avisen i Undervisningen på webadressen: www.avisnet.dk/AvisNET/application.do?command=getDocument&documentId=B27E268D35CDA4D1C1257483002ECC03

Amerikansk hjemmeside med arkiv over taler samt materiale om retorik og stilistik: www.americanrhetoric.dk

Dansk hjemmeside med arkiv over danske taler samt artikler om retorik: www.dansketaler.dk

MATEMATIK

1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt

Indgangsvinklen for matematik er den matematiske logik som danner baggrund for beviser i matematik som en særlig argumentationsform. Samtidigt er det vigtigt at knytte forbindelsen til andre former for videnskabelig argumentation. Da dansk og samfundsfag (på B-niveau) i forvejen trækker på *Toulmins argumentationsmodel* var de nærliggende at benytte netop denne form for argumentationsanalyse – som også er yderst velegnet i de øvrige naturvidenskabelige fag, hvor elever jo typisk skal tage stilling til komplekse argumentationer, jfr. klimadebatten, og derfor skal kunne håndtere mangetydige argumenter.

Dette særlige projektforsløb er derfor også det første skridt i skolens afprøvning af det hensigtsmæssige i at gøre Toulmins argumentationsmodel til den generelle argumentationsmodel for alle gymnasiets fag.

I matematikforløbet arbejder vi dels med argumenter/beviser indenfor et alment matematisk emne, dels med logik og argumentationsteori ved løsningen af matematiske gåder. Som det *almene matematiske emne* havde vi brug for et meget simpelt emne af hensyn til det trods alt begrænsede kendskab til matematisk tankegang hos eleverne på de humanistiske studieretninger. Vi valgte derfor elementær talteori – lige tal, ulige tal, kvadrattal – som ikke kræver nogen særlige forudsætninger udover folkeskolen. I den *matematiske logik* valgte vi dels at arbejde med de mest almindelige logiske konnektiver: NOT, AND og OR, dels med den kognitivt udfordrende implikation \Rightarrow . I begge tilfælde tager vi udgangspunkt i dagligsproget og formaliserer operationerne ud fra deres sandhedstavler.

Selve matematikdelen af forløbet er opdelt i tre dele:

4. En introduktion til Toulmins argumentationsmodel i matematik med udgangspunkt i elementær talteori.
5. En introduktion til logik og sandhedstavler i forbindelse med gådeløsning.
6. Udarbejdelsen og fremlæggelsen af elevernes egen gåde.

Matematikdelen afsluttes med fremlæggelsen af gruppernes egen gåde for klassen, som efterfølgende skal prøve at løse gåden. Dertil kommer en skriftlig aflevering af gåden inklusive en løsning af gåden på to planer: En sproglig argumentation for gådens løsning og en formel løsning ved hjælp af sandhedstavler.

Pædagogiske overvejelser og indhold:

Matematikdelen bygger på en serie af noter med tilhørende arbejdsopgaver. Noterne findes typisk i såvel en elevversion som en kommenteret lærerversion med nyttig baggrundsviden og varierede forslag til løsninger af arbejdsopgaverne. Eleverne blev inddelt i grupper som udgangspunkt for arbejdet med opgaverne. I den ene klasse blev gruppeinddelingen foretaget af lærerne, hvilket gav anledning til en del kommentarer i den efterfølgende eleverevaluering.

I det indledende forløb forud for AT-forløbet introduceres eleverne først til Toulmins analysemodel, hvorefter eleverne arbejdede i grupper med simple problemstillinger fra elementær talteori med henblik på at finde påstande som de kunne argumentere for ud fra Toulmins model. Hver gruppe skulle til slut udvælge mindst en påstand, som de skulle forsvare i den følgende lektion. Denne del af matematikforløbet kørte lidt trægt. Dels er eleverne lidt overraskende faktisk ikke fortrolige med begreber som lige tal, ulige tal og kvadrattal, og det tager lidt tid at spore dem ind på begreberne. Dels er de - nok knap så overtraskende - ikke særligt motiverede for at arbejde med tal. Vi vil imidlertid gerne fastholde at de også arbejder med et egentligt matematisk emne. Man må så overveje om der kan findes et bedre emne som udgangspunkt.

I den næste lektion arbejdede eleverne med simpel logik og kærlighedsgåder. Her steg klassens motivation betydeligt. Det var tydeligt at vi fangede en stor del af klassen med kombinationen af gådeløsning som en udfordrende leg og så legen med de unge menneskers kærlighedsliv - også selv om problemstillingerne næppe kan regnes for at være helt realistiske! Selv den logiske implikation \Rightarrow gled ned, blev om det var langt fra alle eleverne, der fangede sandhedstavlen for implikationen.

I selve AT-forløbet koncentrerede vi os om at introducere forskellige typer logiske gåder de kunne arbejde videre med. Udgangspunktet var selvfølgelig Portias gåde fra Shakespearefilmen 'Købmanden fra Venedig', som vi analyserede i fællesskab både som en tvetydig orakelgåde, sådan som den fremstilles i filmen, og som en logisk gåde, sådan som den fremstilles i Smullyans bog: 'What's the name of this book'. Vi gennemgik også en komplet løsning af Portias logiske gåde med computer og lod derefter eleverne selv arbejde videre med varianter af Portias gåde.

Udover Portias gåde introducerede vi også eleverne til gåder af typen: 'Kvinder eller tigre' henholdsvis den meget centrale gåde type om riddere (der altid taler sandt) og røvere (der altid lyver). Den sidste type gåde spiller en central rolle, hvis man senere ved en anden lejlighed 'ønsker at løfte gådeløsningen op på et højere niveau og kaste lys over Gödels ufuldstændighedssætning (hvilket er slutmålet for mange af Smullyans bøger).

Eleverne syntes det var svært at konstruere deres egen gåde og ikke mindst at formalisere den i TI-Nspire. Man skal derfor være forberedt på at yde megen støtte i den indledende fase. Men det var også tydeligt at mange var meget optagede af at få konstrueret nogle trickede gåder. Ved fremlæggelsen blev det tydeligt at de havde løftet deres gådeløsningskompetence betydeligt og dermed deres evne til at tænke logisk struktureret og ikke mindst strategisk. Mange af gåderne blev i plenum således løst hurtigt og effektivt ved hjælp af det såkaldte modstridsargument:

<p>Modstridsargumentet: Antag at en gåde er baseret på tre påstande og at der gælder reglen: Netop/Højst en af påstandene er sande (eller selvfølgelig lige så godt falske). Hvis to af påstandene strider mod hinanden er den sidste nødvendigvis falsk (eller i det modsatte tilfælde: sand)</p>

I bilagene giver vi eksempler på elevgåder med elevbesvarelser.

Eksamensspørgsmål til mundtlig eksamen

Til de to humanistiske studieretninger med matematik på C-niveau konstruerede vi det følgende eksamensspørgsmål²:

Spørgsmål 14:

Logik og argumentation

Toulmins argumentations model, sandhedstavler for logiske udsagn
Du skal bl.a. gøre rede for, hvordan man kan løse logiske gåder
ved hjælp af sandhedstavler.

Det giver god mulighed for at differentiere: Fx kan man i præsentationen af de logiske gåder og sandhedstavler nøjes med at se på de simple operatører NOT, AND og OR eller man kan kaste sig ud i en diskussion af implikationen \Rightarrow . Tilsvarende kan man i gådeløsningsdelen nøjes med at løse gåden ved hjælp af en systematisk gennemgang af mulighederne eller man kan inddrage modstridsargumentet.

I læreplanen står der at eleven til mundtlig eksamen på MAT C-niveau vil blive vurderet på de følgende kriterier:

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilket omfang eksaminandens præstation lever op til de faglige mål, som er angivet i pkt. 2.1.

I denne vurdering lægges der vægt på, om eksaminanden:

- 1) *har grundlæggende matematiske færdigheder, herunder:*
 - kan håndtere et simpelt matematisk symbolsprog og simple matematiske begreber
 - har kendskab til matematiske metoder og kan anvende dem korrekt
 - er i stand til at bruge it-værktøjer hensigtsmæssigt
- 2) *kan anvende matematik på foreliggende problemer, herunder:*
 - kan vælge hensigtsmæssige metoder til løsning af forelagte problemer
 - kan præsentere et matematisk emne eller en fremgangsmåde ved løsning af et matematisk problem på en klar og overskuelig måde
- 3) *har overblik over og viden om matematik, herunder:*
 - har viden om et område, hvor matematik anvendes i samspil med andre fag
 - kan gennemføre matematiske ræsonnementer
 - kan reflektere over og diskutere rækkevidde af foreliggende matematiske modeller.

Det er vores opfattelse at alle de ovennævnte kriterier vil kunne komme i spil.

Den sidste studieretning var en naturvidenskabelig studieretning med matematik på A-niveau. Her vil det ovennævnte spørgsmål være for snævert til den afsluttende eksamen. Enten kan forløbet indgå som en perspektivering af et mere omfattende spørgsmål om fx bevistyper i matematik, eller også kan forløbet udvides så det hæves til A-niveau. Det kan fx ske ved hjælp af et forløb om moderne logik og Gödels ufuldstændighedssætning. Vi har haft elever, der har arbejdet med dette emne i såvel SRP-sammenhæng (i samarbejde med dansk) som i AT-sammenhæng (i samarbejde med religion med udgangspunkt i Matrix-filmene). Men ellers indgår et alment kendskab til argumentationsteori, logiske udsagn og sandhedstavler jo som almen baggrundsviden for alle spørgsmål i matematik – vi behøver jo ikke stille eksplicite eksamensspørgsmål i et hvilket som helst forløb.

² Spørgsmålet blev desværre ikke udtrykt i den klasse, hvor en stor del af eleverne kom op i matematik.

2. Forløbets matematikfaglige mål og faglige indhold

Faglige mål og fagligt indhold

Faglige mål (læreplan MAT C 2.1)

Eleverne skal kunne:

- håndtere simple formler, herunder oversætte mellem symbolholdigt og naturligt sprog og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse simple problemer med matematisk indhold
- gennemføre simple matematiske ræsonnementer
- demonstrere viden om matematikanvendelse samt eksempler på matematikkens samspil med den øvrige videnskabelige og kulturhistoriske udvikling
- anvende it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer.

Supplerende stof (læreplan MAT C 2.3)

Det supplerende stof i faget matematik, herunder samspillet med andre fag, skal perspektivere og uddybe kernestoffet, udvide den faglige horisont og give plads til lokale ønsker og hensyn på den enkelte skole. For at eleverne kan leve op til alle de faglige mål, skal det supplerende stof, der udfylder ca. 1/3 af undervisningen, bl.a. omfatte:

- ræsonnement og bevisførelse inden for udvalgte emner

Tilrettelæggelse

Arbejdsformer (Læreplan MAT C 3.2)

En betydelig del af undervisningen inden for kernestoffet og det supplerende stof tilrettelægges som projekt- eller emneforløb. For hvert større forløb formuleres faglige mål, der tages stilling til arbejdsprocessen, og eleverne udarbejder et skriftligt produkt, som kan dokumentere de faglige resultater.

En del af undervisningen tilrettelægges som gruppearbejde med henblik på at udvikle elevernes matematiske begreber gennem deres indbyrdes faglige diskussion.

I undervisningen inddrages opgaveløsning til støtte for tilegnelsen af begreber, metoder og kompetencer.

IT (Læreplan MAT C 3.3)

Undervisningen tilrettelægges, så lommeregner og it indgår som væsentlige hjælpemidler i elevernes arbejde med begrebstilegnelse og problemløsning. ... Endvidere udnyttes it i den eksperimentelle tilgang til emner og problemløsning.

Samspil med andre fag (Læreplan MAT C 3.4)

Der skal tilrettelægges undervisningsforløb med det hovedsigte at udvikle elevernes kendskab til matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Dette skal ske gennem et samarbejde med andre fagområder eller ved at inddrage elevernes kendskab til disse fagområder.

Evaluerings

Løbende evaluering (Læreplan MAT C 4.1)

Efter hvert større projekt- eller emneforløb gennemfører lærer og elever en evaluering af undervisning, arbejdsformer og fremskridt på vej mod opfyldelsen af de faglige mål.

Prøveformer (Læreplan MAT C 4.2)

Prøveform c) En mundtlig prøve med inddragelse af gennemførte projektførløb. Spørgsmålene til den mundtlige prøve skal offentliggøres i god tid inden prøven og skal tilsammen dække de faglige mål og det faglige indhold. En betydelig del af eksamensspørgsmålene skal være udformet således, at det er muligt at inddrage gennemførte emne- og projektførløb med tilhørende elevrapporter. Spørgsmålene og en fortegnelse over rapporter og undervisningsforløb sendes til censor, og censor godkender spørgsmålene forud for prøvens afholdelse.

3. Lektionsplan – matematik

Da forløbet også er en del af et AT-forløb er det i virkeligheden ikke muligt at nedbryde hele forløbet i særfaglige timer! AT-forløbet dækkede tilsammen over 14 lektioner, hvoraf matematik bidrager med 7 lektioner. De 10 af lektionerne i AT-forløbet er fælles for de involverede fag. Her er vist skemaet for 1.d som et eksempel:

1.d: Dansk (KW) og matematik (FE)

Uge 14 - 2009					
	Mandag 30/3	Tirsdag 31/3	Onsdag 1/4	Torsdag 2/4	Fredag 3/4
1. modul 08:00-09:30		Introduktion og film EJ Salen	DA: argumentation DR: retorik DK og TI Salen	Gruppearbejde EJ og BO EDB 37	
2. modul 09:45-11:15		Film og opsamling EJ Salen	DA: arg. og ret. KW lok. 53	Gruppearbejde DK og FE EDB 37	Gruppearbejde TI EDB 37
3. modul 11:45-13:15		MA: logiske gåder FE EDB 37	DA: arg. og ret. KW lok. 53	Gruppearbejde DK og BO EDB 37	Fremlæggelse KW og FE lok. 53
4. modul 13:20-14:50		MA: logiske gåder FE EDB 37	Gruppearbejde DK, KW, FE EDB 37		Fremlæggelse Eva. og studierap. KW og FE lok. 53 og 37

1. Lektion (introduktion til Toulmins model)

- Efter en kort introduktion til Toulmins model arbejder eleverne gruppevis med at opdage egenskaber ved lige tal/ulige tal og kvadrattal og forsøger at konstruere argumenter for påstandene.

2. Lektion (introduktion til logik og sandhedstavler)

- Efter en introduktion til de simple logiske operatører AND, OR og NOT samt implikationen \Rightarrow arbejder eleverne med logiske konsekvenser af forskellige påstande om unge menneskers kærlighedsliv.

3. Lektion: Fremvisning af filmen Købmanden fra Venedig

4. Lektion (Logiske gåder I: Portias gåde)

- Fælles diskussion af Portias gåde som orakelgåde (filmen) og som logisk gåde (Smullyan). Fælles gennemgang af løsningen af Portias gåde ved hjælp af sandhedstavler. Eleverne arbejder gruppevis med løsningen af varianter af Portias gåde.

5. Lektion (Logiske gåder II: Kvinden og tigeren – røvere og riddere)

- Diskussion af andre typer gåder. Eleverne arbejder gruppevis med løsningen af kvinde/tiger gåder og røver/ridder gåder.

6-7. Lektion

- Eleverne udarbejder gruppevis deres egen gåde til fremlæggelse for klassen. Der udarbejdes også en skriftlig besvarelse af gåden inklusive formaliseringen i TI-Nspire.

8. Lektion

- Eleverne fremlægger deres gåder for klassen, som forsøger at løse dem.

4. Litteraturliste - matematik

Hvis man vil læse om hvordan Toulmins model kan bruges til at analysere problemer indenfor moderne matematik kan Aberdeins artikel i antologien 'Arguing on the Toulmin Model' anbefales. Hele antologien giver i øvrigt et godt indtryk af hvor Toulmins model står i dag ud fra en akademisk synsvinkel.

Den amerikanske matematiker og logiker Raymond Smullyan har præsenteret sin særegne charmerende introduktion til moderne logik via gådeløsning i et hav af bøger. Klassikeren er 'What's the Name of this book' men også 'Kvinden eller tigreren' er anbefalelsesværdig.

Smullyans gåder, herunder ikke mindst Portias gåde, begejstrede en hel generation af matematikere og fysikere. Se fx fysikerens Peder Voetmanns artikel: Mit yndlingsparadoks: Portias gåde. I gymnasiesammenhæng kan man fx nyde Gert Uttentals 'Kvinder og tigre'.

Vi er selvfølgelig ikke de første til at påpege relevansen af at bruge hverken Toulmins model i matematik eller brugen af Smullyans gåder i et AT-forløb om logik og argumentation, se fx Lis Pades beskrivelse af AT-forløbet 'Sandt – falsk' fra 2005.

Brugen af CAS-programmer til at løse matematiske gåder er matematisk folkløse. En tidlig reference er Clarks undervisningsnoter: The Mathematics of the unexpected.

Aberdein, A. (2006) *The uses of Argument in Mathematics*. Kapitel 22 in Hitchcock, D. & Verheij, B. (Eds.) *Arguing on the Toulmin Model, New essays in Argument Analysis and Evaluation*. Springer. Artiklen kan også downloades fra websiden: <http://arxiv.org/abs/math.HO/0504090>

Smullyan, R. (1978). *What is the name of this book*. Prentice Hall. Kærligheds-gåderne findes i kapitel 8: *Logical puzzles*. Portias gåde præsenteres i kapitel 5: *The mystery of Portia's casket*.

Smullyan, R. (1983). *Kvinden eller tigreren? og andre opgaver i logik*. Chr. Erichsens forlag. Gåden om kvinden eller tigreren introduceres i kapitel 2.

Peder Voetmann Christiansen: *Mit yndlingsparadoks: Portias gåde*. Artiklen kan downloades fra hans hjemmeside: <http://mmf.ruc.dk/~pvc/portia.htm>

Gert Uttenthal Jensen: *Kvinder og tigre*. Power Point præsentation. Præsentationen kan downloades fra hans hjemmeside på Frederiksborg Gymnasium: www.frborg-gymhf.dk/gj/mat/KvinderOgTigre/KvinderEllerTigre.ppt

Lis Pade. (2005) *Undervisningsbeskrivelse for 1e mat C på Roskilde Katedralskole*. AT-forløb med matematik, dansk og engelsk: Sandt – falsk. Undervisningsbeskrivelsen kan downloades fra websitet: www.studieplaner.roskildekategym.dk/2005e//2/Matematik_C/Grundforl_bet/mat_1e_Pa_076_05.doc

Clark, D. (1994). *Mathematics of the unexpected, Symbolic Mathematics on the Macintosh*. Courseware for MTH 108. The University of Rhode Island. Clark som er stærkt inspireret af Smullyan diskuterer gådeløsning ved hjælp af CAS-programmet Theorist i de sidste tre afsnit: *The logical functions, The bizarre planet of saints and sinners and Asylum ... on the planet of saints and sinners*.